

Exercice 1

Etablir la formulation faible du problème ci-après de conduction thermique dans une barre de longueur 2ℓ

$$-\kappa [dT(x)/dx] + \rho T(x) = Q\delta_\ell \quad 0 < x < 2\ell$$

compte tenu des deux conditions de bord

$$[\kappa(dT/dx)]|_{x=0} = t \quad [\kappa(dT/dx)]|_{x=2\ell} + r T(2\ell) = 0$$

où T dénote la température, κ représente le coefficient de conductibilité thermique admis constant, ρ et r sont des constantes de proportionnalité, Q désigne l'amplitude d'une source ponctuelle d'énergie-chaleur (impulsion de Dirac δ_ℓ au point central $x = \ell$ de la barre) et t est un flux d'énergie-chaleur à l'extrémité $x = 0$ du barreau.

Exercice 2

Un arbre cylindrique de longueur ℓ , de section uniforme à moment d'inertie polaire I_p et de module de glissement G est soumis sur toute sa longueur à un moment de torsion réparti m_t et est sollicité en son extrémité $x = \ell$ à un moment de torsion constant M_t . Rechercher la forme faible de l'équation différentielle régissant l'angle de rotation φ de l'arbre. Sachant que le moment réparti a pour allure

$$m_t = 4\mu (x/\ell)(1 - x/\ell)$$

où μ est son amplitude maximale admise constante, trouver la valeur du moment de torsion d'extrémité M_t pour que l'existence d'une solution faible soit garantie.

